

## Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik<sup>2</sup>

20 Punkte

### 1. Hamilton- und Lagrangefunktion, Legendretransformation

8 Punkte

Die Hamiltonfunktion  $\mathcal{H}$  sei definiert als  $\mathcal{H} = T + V$ . Bestimmen Sie  $\mathcal{H}$  für

- den harmonischen Oszillator,
- das Fadenpendel für beliebige Auslenkungen,
- den freien Fall auf der Erde und
- das Keplerproblem!

Bestimmen Sie die entsprechenden Lagrangefunktionen per Legendretransformation.

### 2. Legendre-Trafo und Hamilton-Formalismus

6 Punkte

Ein System besitze die Lagrange Funktion

$$L(q, \dot{q}) = \ln(q + \dot{q})$$

- Bestimmen Sie die Hamilton-Funktion  $H(q, p)$  per Legendretransformation.
- Bestimmen Sie die kanonischen Gleichungen.
- Bestimmen Sie die *allgemeine* Lösung der kanonischen Gleichungen.

*Hinweis: Eine Lösung der Differentialgleichung  $dy/dx + y = ae^{-x}$  ist  $y(x) = xe^{-x}$ .*

### 3. Freies relativistisches Teilchen

6 Punkte

Die Hamilton-Funktion eines freien relativistischen Teilchens der Masse  $m$  lautet  $H(p) = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$ , wo  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. Finden Sie die Lagrange-Funktion  $L(\dot{q})$ . Wie lauten die Ausdrücke für die Lagrange- und die Hamilton-Funktion im Grenzfall  $|\dot{q}/c| \ll 1$  ?

---

<sup>1</sup>udo.schwarz@uni-potsdam.de

<sup>2</sup><http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/2020SSMechanik.html>  
<http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/>