$$\left.\int_{f_0}^{f_1} df = f_1 - f_0\right.$$

$$\ddot{x} = -\gamma \frac{x}{r^3} \quad \Big| \cdot \dot{x} \qquad \gamma = GM$$

$$\ddot{y} = -\gamma \frac{y}{r^3} \quad \Big| \cdot \dot{y}$$

NR $\quad \dot{x}\ddot{x} = \overset{\circ}{\overbrace{\tfrac{1}{2}\dot{x}^2}}$

$\quad x\dot{x} = \overset{\circ}{\overbrace{\tfrac{1}{2}x^2}}$

(ü) $\quad r\dot{r} = x\dot{x} + y\dot{y}$

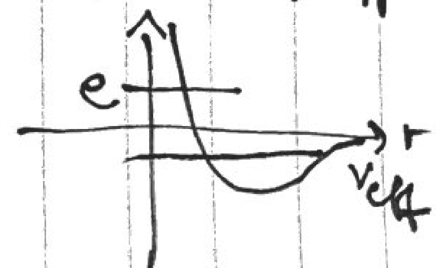
für $\quad r = (x^2+y^2)^{1/2}$

$$\to \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\dot{y}^2\right] = -\frac{\gamma}{r^3}(x\dot{x} + y\dot{y}) = -\frac{\gamma}{r^3}\, r\dot{r} = -\frac{\gamma\dot{r}}{r^2}$$

... Energiesatz

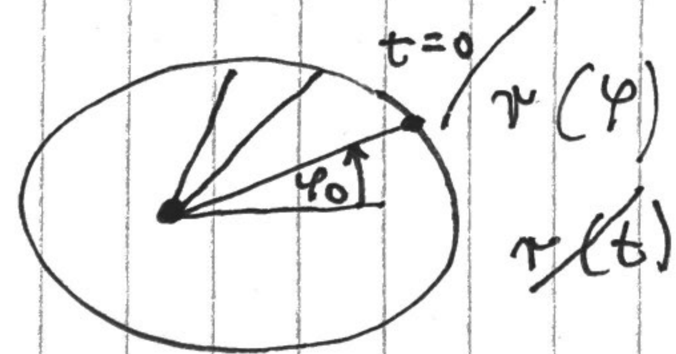
$$\left[\frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\dot{y}^2\right]_{t_a}^{t_e} = -\gamma \int dt\, \frac{\dot{r}}{r^2} = -\gamma \int \frac{dr}{r^2} = \gamma/r \Big|_{t_a}^{t_e}$$

leider jetzt Polarkoordinaten



$$\frac{1}{2}\dot{r}^2 + \frac{1}{2}r^2\dot{\varphi}^2 = \frac{\gamma}{r} + e$$

mit $\quad \ell = r\, \overbrace{r\dot{\varphi}}^{v_\varphi}$



Gedanke: $\dot r = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}$

$$\boxed{\dot r = r'\dot\varphi}$$

Einsetzen gibt

$$\frac{1}{2}\dot\varphi^2\left(r'^2 + r^2\right) = \frac{\gamma}{r} + e \quad \text{mit } \dot\varphi = \frac{\ell}{r^2}$$

gibt

$$\frac{\ell^2}{2r^4}\left(r'^2 + r^2\right) = \frac{\gamma}{r} + e \quad \text{mit } r' = \frac{dr}{d\varphi}$$

$$\left.\begin{matrix} r(t) \\ \varphi(t) \end{matrix}\right\} > r(\varphi)$$

Parameter-Darstellung, explizite Darst.

Umstellen

$$\int_{?}^{\varphi} d\varphi = \int_{??}^{r} \frac{\ell\, dr}{r\sqrt{2er^2 + 2\gamma r - \ell^2}}$$

Bronstein $\int \frac{dx}{x\sqrt{X}}$

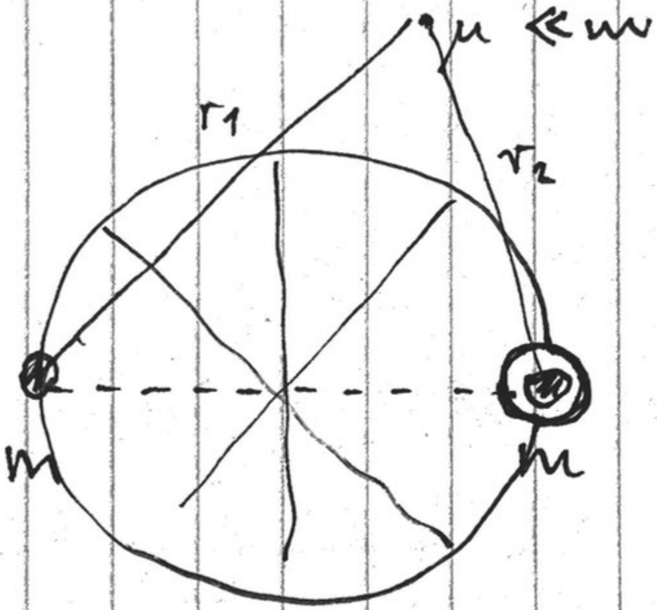
$$\varphi - C_4 = \operatorname{asin}\left(\frac{1 - \ell^2/(\gamma r)}{\sqrt{1 + 2e\ell^2/\gamma^2}}\right)$$

$X = ax^2 + bx + c$

sei $C_4 = \frac{\pi}{2}$ $\rightarrow$ $r = \frac{\ell^2/\gamma}{1 + \left(1 + 2e\ell^2/\gamma^2\right)^{1/2}\cos\varphi} \equiv \frac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$

eingeschränktes 3-Körperproblem

restricted

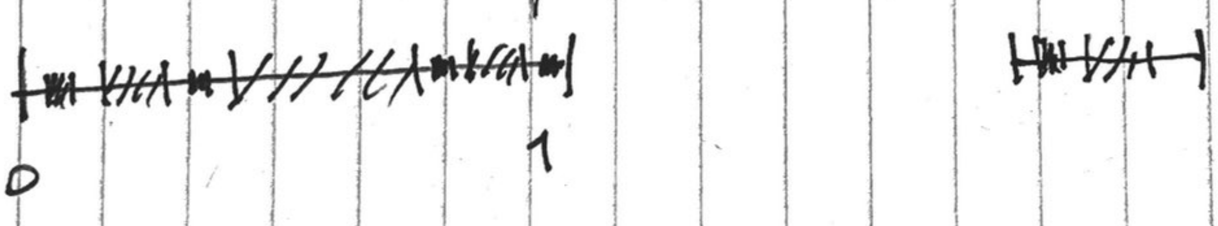


$\ddot{x} = \dots$

$\ddot{y} = \dots$

Ergodentheorie

Cantorsches Diskontinuum



Euler - Lagrange

Postulat - Mechanik & gesamte Physik

folgt aus P. d. k. W.

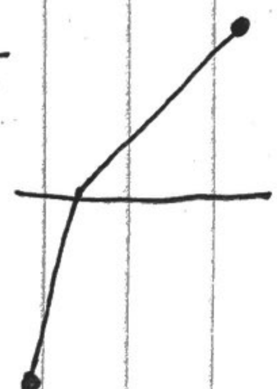
Prinzip der kleinsten Wirkung

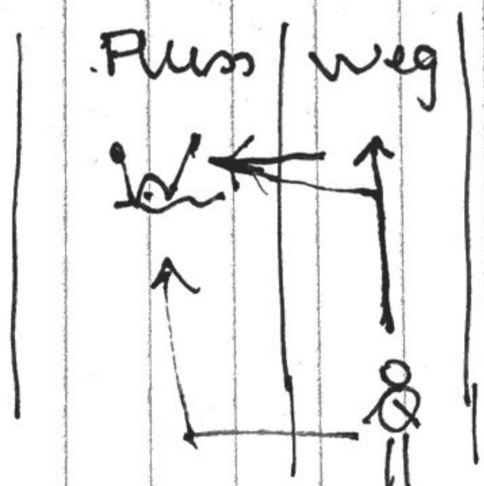
Postulat $\boxed{\delta S = 0}$ Maupertuis / so wie

Wirkung - „kleinst" Minimum V $df = 0$

Minimum von f

Fermat





Leibniz 1684

und was ist S?

S ist ein Funktional

$$\forall \varepsilon \; \exists \delta$$
$$\forall x \; \exists y$$
$$\forall f \; \forall x \ldots$$

$$S = \int dt \; L$$

Lagrangefunktion

S ist keine Funktion von L

sondern ein lineares Funktional

bisher Variable → Funktion → Funktional

x $\qquad f(x) \qquad F[f]$

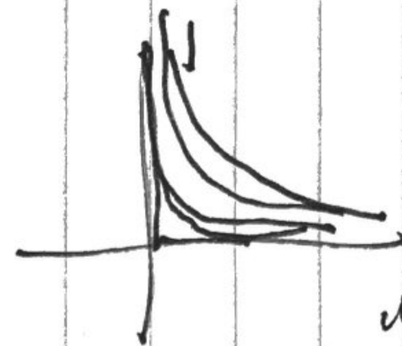
(42)

was ist ein Funktional

Analysis: „Raum" $\mathbb{R}$

„Raum" $\mathbb{R}^3$

welche Funktion suchen wir mittels Minimierung eines Funktionals?



Funktional analysis: Raum: C^0 stetige Funktionen $\vec{r}(t)$

⋮

die Variable der Fkt. analysis ist eine Funktion

$F[f]$

das einfachste lineare Funktional ist das Integral

$$\int dx\,[f(x)+g(x)] = F[f+g] = \int dx\, f(x) + \int dx\, g(x) = F[f]+F[g]$$