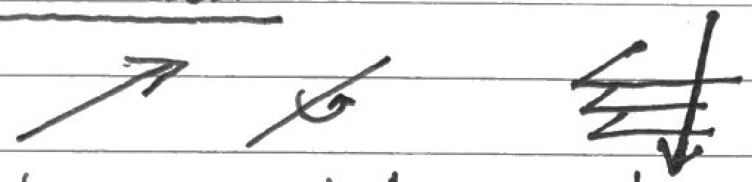
Dualraum



polar axial ~~polar~~ dual

$$ax + by + cz = d$$

ist Ebengleichung mit Achsenabschnitten $\frac{d}{a}, \frac{d}{b}, \frac{d}{c}$ und Steigungen ...

$$\underbrace{(a, b, c)}_{\text{alle Ebenen-Steigungen}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\text{alle Orts-Vektoren } \vec{r}} = d$$

dual · polar = Skalar

Riesz

Satz von Riesz:

Jedes Skalarprodukt kann mittels Dualvektoren geschrieben werden

$$\vec{a}^T \cdot \vec{b} = \underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

$$\| \quad\quad$$

$$\mathcal{L}(\vec{a}, \vec{b})$$

Skalarprodukt: Euklidischer Raum pythagor. Norm

Idee

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

Zu jedem $V(\mathbb{R})$ gehört Dualraum V^*, die Menge aller linearen Abb. auf V

$V^* \Downarrow$ $\Downarrow$

$\alpha(\vec{r})$ ist linear:

$$\alpha(a\vec{r} + b\vec{s}) = a\alpha(\vec{r}) + b\alpha(\vec{s})$$

$\{\alpha\}$ wird VR, indem:

$$_K\lambda(a\alpha)(\vec{r}) = a(\alpha(\vec{r})) \quad \Big| \quad [\alpha + \beta](\vec{r}) = \alpha(\vec{r}) + \beta(\vec{r})$$

8 Arten von Tensoren

$V \to V$	$V \times V \to K$
$V \to V^*$	$V^* V^* \to K$
$V^* \to V$	$V^* \times V \to K$
$V^* \to V^*$	$V^* \times V^* \to K$

bzgl V: kontravariant
V^*: kovariant

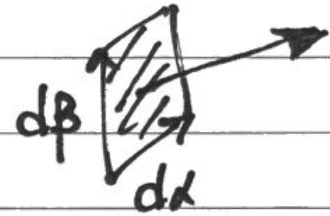
siehe Einstein & Ricci $R_{\alpha\beta}{}^{\gamma}{}_{\delta}$

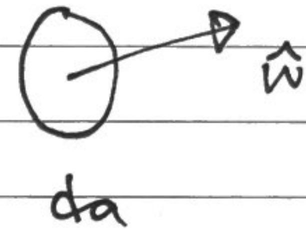
Levi-Civita $X^{i} \cdot X^{i} = \vec{r}^{\,2}$

$f(x) = xf$

$ZS \neq SZ$

Flächenelement $d\vec{a} = da\,\vec{n}$





$\vec{d\alpha} \times \vec{d\beta}$

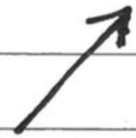
$\vec{d\alpha} \wedge \vec{d\beta}$

$\uparrow$

Cartansches <u>Wedge</u>-Produkt

das Kräftepaar

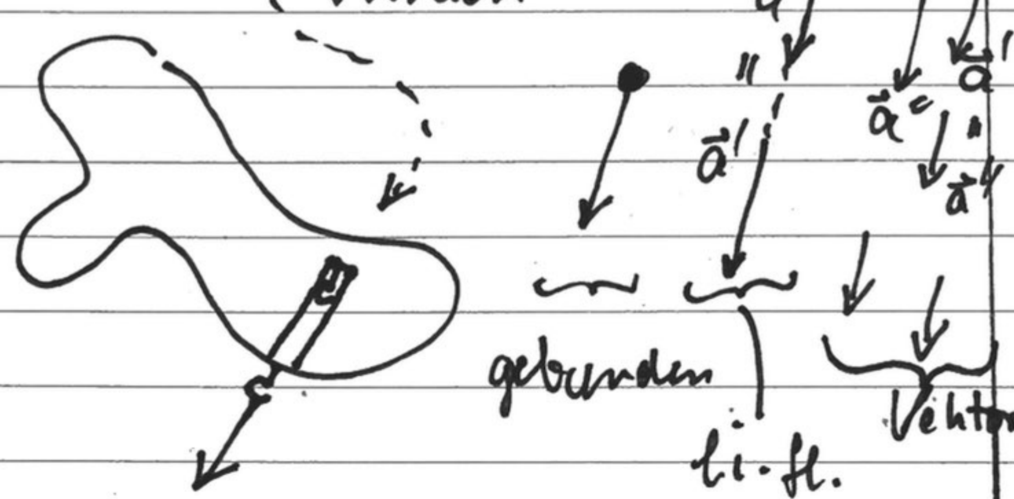
ja-ja ist a
plus

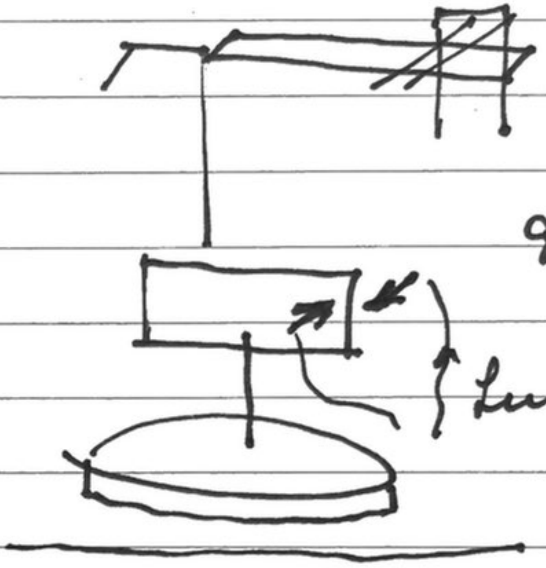


was ist ein starrer Körper?

→ linienflüchtige Vektoren

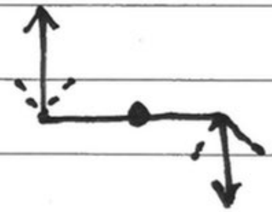
wirken





Tisch + Wasser

Starrer Körper
Bewegung
vollständig
gegeben durch
Kraft +
Kräftepaar



<u>Satz</u> Drehmoment = Kräftepaar
kann beliebig verschoben
werden