Universität Potsdam	SS2020: Übung 01
Institut für Physik und Astronomie	V: Feldmeier
Abgabe per Email am 23. April 2020, 24 Uhr, Besprechung per ZOOM	Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik[2] — 14 Punkte

1. Kurven und Flächen im $\mathbb{R}^3$ — 7 Punkte

Welche geometrischen Figuren beschreiben die Ortsvektoren $\vec{r}, \vec{x} \in \mathbb{R}^3$, die folgenden Gleichungen genügen?

a) $|\vec{x}| = 1$

b) $|\vec{x} - \vec{x}_o| = R$ mit einer festen positiven reellen Zahl R und einem festen Vektor $\vec{x}_0 \in \mathbb{R}^3$

c) $\vec{x} \cdot \vec{e} = 0$ mit einem festen Vektor $\vec{e} \in \mathbb{R}^3$

d) $\vec{r} \cdot \vec{k} = k^2$ mit einem festen Vektor $\vec{k} \in \mathbb{R}^3$, wobei $k = ||\vec{k}||_2$ die euklidische Norm des Vektors bezeichnet.

e) $\vec{x} \times \vec{a} = \vec{b} \times \vec{a}$ mit beliebigen festen Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$.

f) $\vec{x}(\phi) = (\phi \cos\phi, \sin\phi, C\phi)$ mit festem $C \in \mathbb{R}$ und beliebigem $\phi \in \mathbb{R}$

g)

$$\vec{r}(b,l) = \begin{pmatrix} R\sin(b)\cos(l) \\ R\sin(b)\sin(l) \\ R\cos(b) \end{pmatrix} \quad mit \quad b \in [0, \pi/2] \quad und \quad l \in [0, 2\pi)$$

mit festem R.

2. Gradient in krummlinigen Koordinaten — 2 Punkte

Berechnen Sie die Gradienten folgender Skalarfelder:

a) $V_P(r) = \dfrac{1}{r}$

b) $V_D(r, \vartheta) = \dfrac{\cos\vartheta}{r^2}$

Skizzieren Sie die Äquipotentialflächen und Gradientenfelder.

3. Divergenz — 5 Punkte

Berechnen Sie die Divergenz der Vektor-Felder im $\mathbb{R}^3$:

a) $\vec{F} = K\,x\,y\,z\,(\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$

b) $\vec{v}(\vec{r}) = \vec{\omega} \times \vec{r}$ mit $\vec{\omega} = \omega\,\hat{z}$

c) $\vec{v}(x, y, z) = r\,\vec{a}$

d) $\vec{v} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{r})$

e) $\vec{E}(\vec{r}) = -K r^n \hat{r}$ mit $n \in \mathbb{Z}$

$K, \omega \in \mathbb{R}$ und $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ sind Konstanten. Es gelte $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

---

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2020SSMechanik/2020SSMechanik.html
http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/