

## Übungsaufgaben zur theoretischen Mechanik<sup>2</sup>

20 Punkte

### 1. Infinitesimale und kanonischen Transformationen

6 Punkte

Es seien  $\vec{\delta a}$  und  $\vec{\delta\phi}$  infinitesimale vektorielle Parameter. Was bedeuten die durch

a)  $F_2(\vec{r}, \vec{P}) = \vec{r}\vec{P} + \vec{\delta a} \cdot \vec{P}$

b)  $F_2(\vec{r}, \vec{P}) = \vec{r}\vec{P} + \vec{\delta\phi} \cdot (\vec{r} \times \vec{P})$

erzeugten kanonischen Transformationen? Schreiben Sie die Galilei-Transformation als kanonische Transformation. Wie ändert sich die Hamilton-Funktion?

### 2. Kanonische Transformationen: Oszillator

6 Punkte

Gegeben sei die Hamiltonfunktion  $H = p_x^2 + x^2$ . Finden Sie die kanonische Transformation, die  $H$  in die neue Hamiltonfunktion  $K = P^2Q^4 + \frac{1}{Q^2}$  transformiert. Benutzen Sie die Eigenschaften der kanonischen Transformation und die Beziehung  $x = \frac{1}{Q}$ .

### 3. Erzeugende $F_2$ .

8 Punkte

Ein mechanisches System soll die explizit zeitabhängige Hamiltonfunktion

$$H(q, p, t) = H_0(q, p) + \epsilon q \sin \omega t$$

haben, mit Konstanten  $\epsilon$  und  $\omega$ . Die Hamiltonfunktion  $H_0$  sei zeitunabhängig, wird aber nicht weiter spezifiziert.

- a) Wie lauten die Hamilton-Gleichungen? [1 Punkt]  
b) Finden Sie ein geeignetes  $f(q, t)$ , so daß die erzeugende Funktion

$$F_2(q, P, t) = -qP - f(q, t),$$

eine kanonische Transformation  $q, p \rightarrow Q, P$  und  $H(q, p, t) \rightarrow h(Q, P)$  ergibt, nach der die Bewegungsgleichungen wieder kanonische Form  $\dot{Q} = \partial h / \partial P$  und  $\dot{P} = -\partial h / \partial Q$  haben. Zeigen Sie letzteres durch explizite Rechnung.

[6 Punkte]

*Hinweis.* Die Lösung durch fast rein formale Rechnung. Diese aber bitte sehr sorgfältig.

<sup>1</sup>udo.schwarz@uni-potsdam.de

<sup>2</sup><http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/2020SSMechanik.html>  
<http://www.astro.physik.uni-potsdam.de/~afeld/>